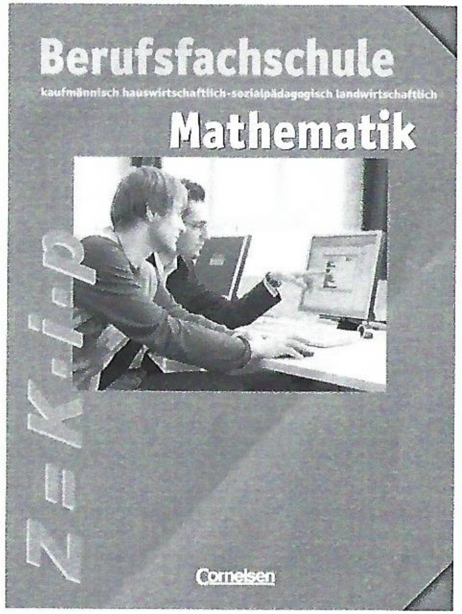
FORMELSAMMLUNG

Mathematik Berufsfachschule

Kaufmännische
hauswirtschaftliche-
sozialpädagogische
landwirtschaftliche
Richtung



Cornelsen

Kaufmännisches Rechnen

Prozente

Grundwert G

Prozentwert P $\qquad p = \frac{P}{G}$

Prozentsatz p (als Dezimalbruch)

Zinsen

Kapital K (in €)

Zinsen Z (in €)

Zinssatz p (als Dezimalbruch)

Zeit i (in Jahren)
m (in Monaten)
t (in Tagen)

Jahreszinsen

$$Z = K \cdot i \cdot p$$

Monatszinsen

$$Z = \frac{K \cdot m \cdot p}{12}$$

Tageszinsen

$$Z = \frac{K \cdot t \cdot p}{360}$$

Zinseszinsen

Anfangskapital K_0

Endkapital K_n nach n Jahren

Zinssatz p (als Dezimalbruch)

Zeit n (in Jahren)

Wachstumsfaktoren $q = 1 + p$

$$K_n = K_0 \cdot (1+p)^n = K_0 \cdot q^n$$

Kaufmännische Funktionen

Kostenfunktion $K(x)$ Gesamtkosten $K(x)$ = Stückkosten · Produktionsmenge + fixe Kosten

rlösfunktion $E(x)$ Erlös $E(x)$ = Preis p · Menge x

ewinnfunktion $G(x)$ Gewinn $G(x) = E(x) - K(x)$

Renten

achschüssige Rente

Rentenendwert R_n

nachschüssige Rente r

Zinsfaktor $q = 1 + p$ (p als Dezimalbruch)

Anzahl n der Zahlungen

$$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

orschüssige Rente

Rentenendwert R_v

vorschüssige Rente r

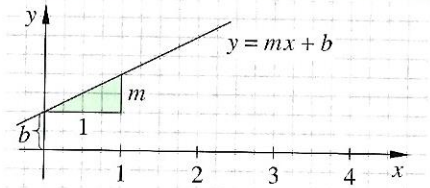
Zinsfaktor $q = 1 + p$ (p als Dezimalbruch)

Anzahl n der Zahlungen

$$R_v = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot q$$

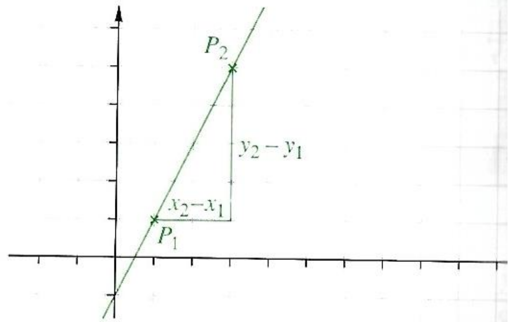
Lineare Funktionen

Die Gerade $y = mx + b$ schneidet die y-Achse in $(0 \mid b)$ und hat die Steigung m.

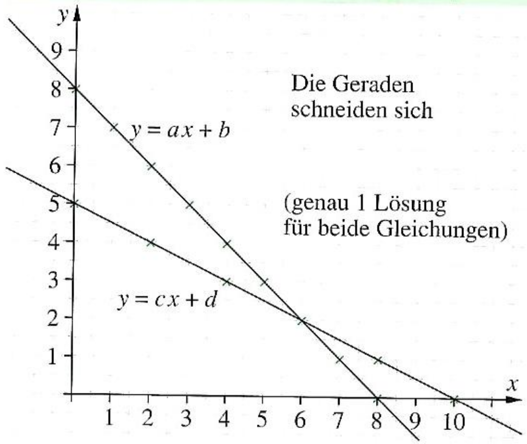


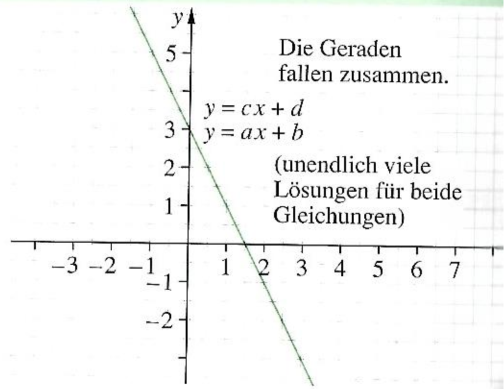
Für Punkte $P_1\,(x_1 \mid y_1)$ und $P_2\,(x_2 \mid y_2)$ gilt:

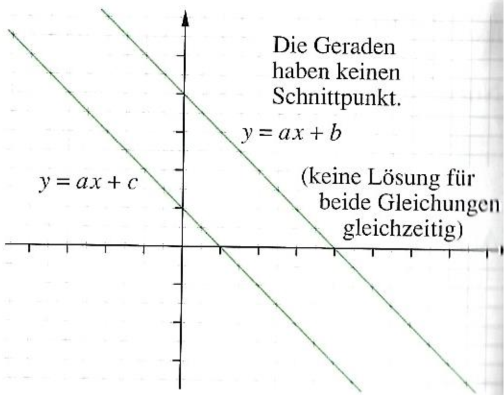
Die Steigung der Strecke $\overline{P_1 P_2}$ ist $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.



Lineare Gleichungssysteme







Lösungen eines linearen Gleichungssystems
$y = ax + b$ und $y = cx + d$

1. Die Geraden schneiden sich in einem Punkt, d. h. es gibt genau eine Lösung.
2. Die Geraden sind zueinander parallel, d. h. es gibt keine Lösung.

otenzen

Für $a \neq 0$ gilt $a^0 = 1$; $a^1 = a$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

enzgesetze	gleiche Basis	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
		$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
	gleicher Exponent	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
		$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
	Potenzieren	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

/urzeln

$\sqrt[n]{a} = b$ ist richtig, wenn $a = b^n$

$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$; $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

hnen mit Wurzeln	Multiplizieren	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ n, m nat. Zahlen
	Dividieren	$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
	Potenzieren	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
	Radizieren	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

inomische Formeln

I. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

II. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

III. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

uadratische Gleichungen

rmalform $x^2 + px + q = 0$

Lösungen $\boldsymbol{x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}$

gemeine Form $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$

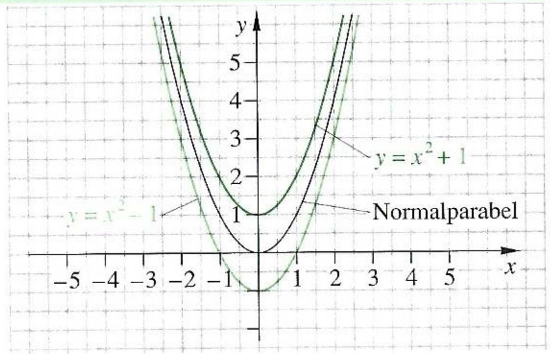
Lösungen $\boldsymbol{x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

Die Division durch a führt auf die Normalform.

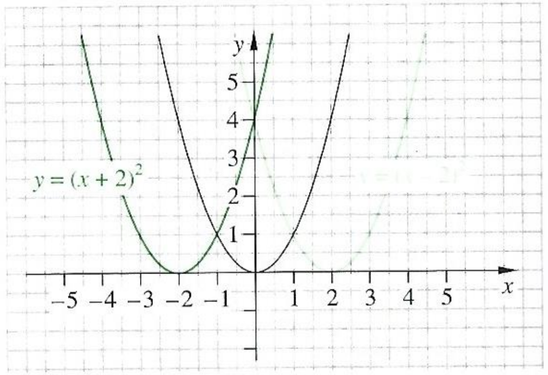
z von Vieta Sind x_1 und x_2 Lösungen der quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$, dann gilt:
$x_1 + x_2 = -p$ und $x_1 \cdot x_2 = q$

Quadratische Funktionen

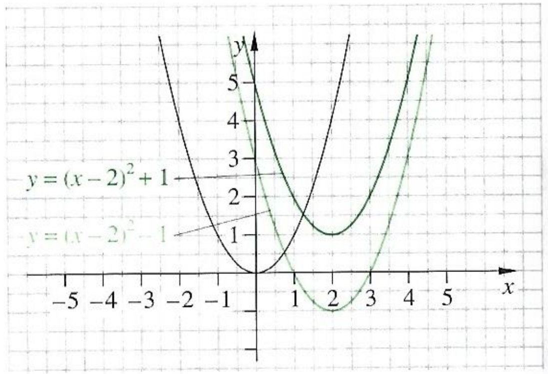
Der Graph von $y = x^2 + c$ ist eine Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $(0 \mid c)$.



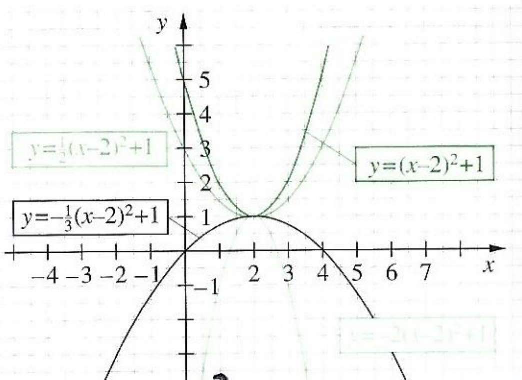
Der Graph von $y = (x-d)^2$ ist eine Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $(d \mid 0)$.



Der Graph von $y = (x-d)^2 + e$ ist eine Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $(d \mid e)$.



Der Graph einer quadratischen Funktion mit der Gleichung $y = ax^2 + bx + c$ ist eine Parabel. Diese allgemeine Form der Gleichung lässt sich in die **Scheitelform** $y = a(x-d)^2 + e$ umwandeln. Dabei ist $d = -\frac{b}{2a}$ und $e = \frac{4ac - b^2}{4a}$.
Der Scheitel ist (d, e).



Stochastik

$$\text{Mittelwert von } n \text{ Zahlen} = \frac{\text{Summe aller Zahlen}}{\text{Anzahl aller Zahlen}} = \frac{\text{Summe aller Zahlen}}{n} \text{ (arithmetisches Mittel)}$$

$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit eines bestimmten Ergebnisses}}{\text{Gesamtzahl aller Ergebnisse}}$$

Gesetz der großen Zahl

Ändert sich in einer Versuchsserie die relative Häufigkeit bei weiteren Versuchen nicht mehr, dann nennt man diese relative Häufigkeit auch die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses

Wenn alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich sind, gilt:

$$\textbf{Wahrscheinlichkeit } W = \frac{\text{Anzahl aller günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Ähnliche Figuren

Eigenschaften ähnlicher Figuren

1. In ähnlichen Figuren sind entsprechende Winkel *gleich groß*.
2. In ähnlichen Figuren sind alle Seiten der Bildfigur genau k-mal so lang wie die entsprechenden Seiten der Originalfigur. Parallele Seiten der Originalfigur sind auch in der Bildfigur parallel.
3. In ähnlichen Figuren ist der Flächeninhalt A' der Bildfigur genau k^2-mal so groß wie der Flächeninhalt A der Originalfigur.

$$A \rightarrow A' = k^2 \cdot A$$

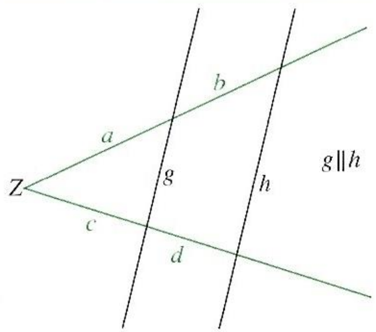
Strahlensätze

1. Strahlensatz $\quad \dfrac{a}{(a+b)} = \dfrac{c}{(c+d)}$

Es gilt auch $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

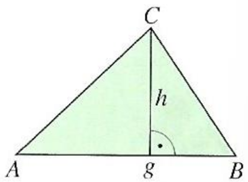
2. Strahlensatz $\quad \dfrac{g}{h} = \dfrac{a}{(a+b)}$; oder $\dfrac{g}{h} = \dfrac{c}{(c+d)}$

Es gilt auch $\dfrac{a}{g} = \dfrac{(a+b)}{h}$



Berechnungen an Vielecken und Kreisen

Dreieck Fläche $A = \dfrac{g \cdot h}{2}$

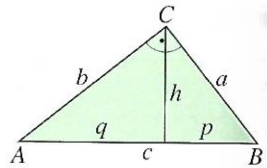


Rechtwinkliges Dreieck $A = \dfrac{a \cdot b}{2}$

Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$

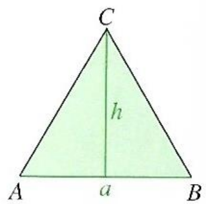
Kathetensatz $a^2 = c \cdot p$
$b^2 = c \cdot q$

Höhensatz $h^2 = p \cdot q$



Gleichseitiges Dreieck $h = \dfrac{a}{2}\sqrt{3}$

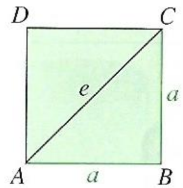
Fläche $A = \dfrac{a^2}{4}\sqrt{3}$



Quadrat Umfang $u = 4a$

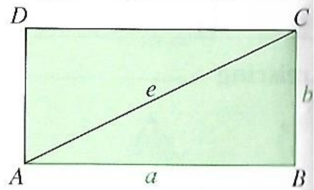
Fläche $A = a^2$

$e = a \cdot \sqrt{2}$



Rechteck Umfang $u = 2(a+b)$

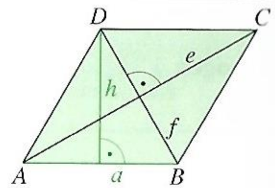
Fläche $A = a \cdot b$



Raute Umfang $u = 4a$

Fläche $A = a \cdot h$

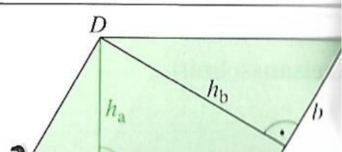
$A = \dfrac{e \cdot f}{2}$



Parallelogramm Umfang $u = 2 \cdot (a+b)$

Fläche $A = a \cdot h_a$

oder $A = b \cdot h_b$



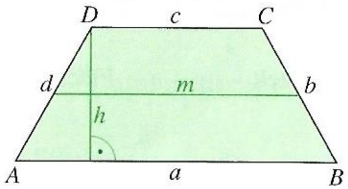
Trapez

Umfang $u = a + b + c + d$

$m = \frac{a+c}{2}$

Fläche $A = m \cdot h$

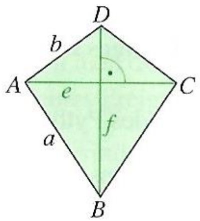
$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$



Drachen

$u = 2 \cdot (a + b)$

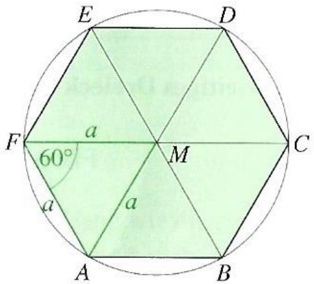
$A = \frac{e \cdot f}{2}$



Regelmäßiges Sechseck

$u = 6\,a$

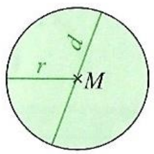
$A = \frac{3}{2} a^2 \cdot \sqrt{3}$



Kreis

$u = 2\pi r = \pi d$ Durchmesser

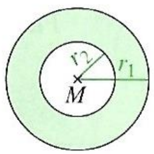
$A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$



Kreisring

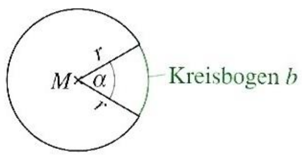
$A = \pi (r_1^2 - r_2^2)$

$A = \frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_2^2)$



Kreisbogen

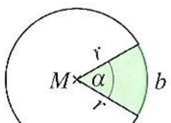
$b = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360°}$



Kreisausschnitt

$A = \frac{b \cdot r}{2}$

$A = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$



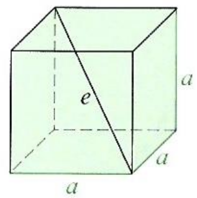
Berechnungen an Körpern

Würfel

Oberfläche $O = 6\,a^2$

Volumen $V = a^3$

Raumdiagonale $e = a \cdot \sqrt{3}$

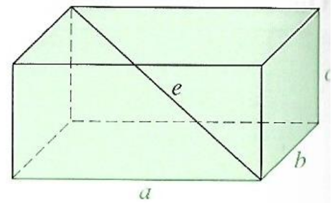


Quader

$O = 2\,(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$

$V = a \cdot b \cdot c$

$e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

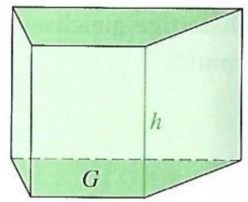


Prisma

$O = 2 \cdot G + M$

Grundfläche Mantelfläche

$V = G \cdot h$

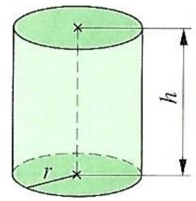


Zylinder

$M = 2\pi r \cdot h$

$O = 2\pi r \cdot (r + h)$

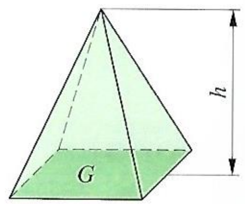
$V = \pi r^2 \cdot h$



Pyramide (allgemein)

$O = G + M$

$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

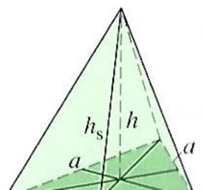


Dreiseitige Pyramide
(Grundfläche:
gleichseitiges Dreieck)

$M = \frac{3}{2} a \cdot h_s$

$O = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} + \frac{3}{2} a \cdot h_s$

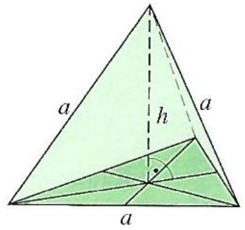
$V = \frac{a^2 \cdot h}{12} \cdot \sqrt{3}$



Tetraeder

$$O = a^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$V = \frac{a^3}{12} \cdot \sqrt{2}$$

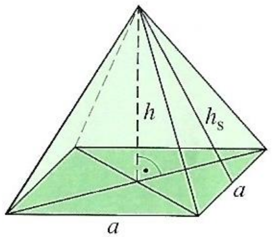


uadratische Pyramide

$$M = 2a \cdot h_s$$

$$O = a^2 + 2a \cdot h_s$$

$$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$$

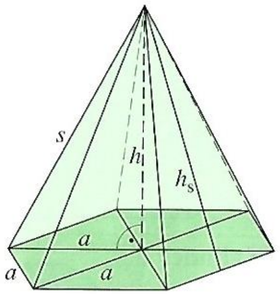


echsseitige-gleichseitige yramide

$$M = 3a \cdot h_s$$

$$O = \frac{3}{2} a \cdot (\sqrt{3} a + 2 h_s)$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \cdot h$$

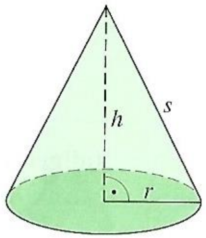


egel

$$M = \pi r \cdot s$$

$$O = \pi r \cdot (r + s)$$

$$V = \frac{\pi}{3} r^2 \cdot h$$



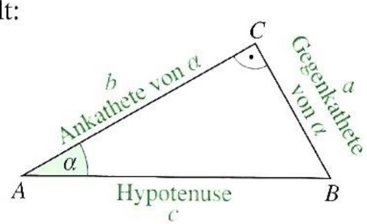
Trigonometrie

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

inus $\quad \sin \alpha = \frac{\textbf{Gegenkathete}}{\textbf{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$

osinus $\quad \cos \alpha = \frac{\textbf{Ankathete}}{\textbf{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$

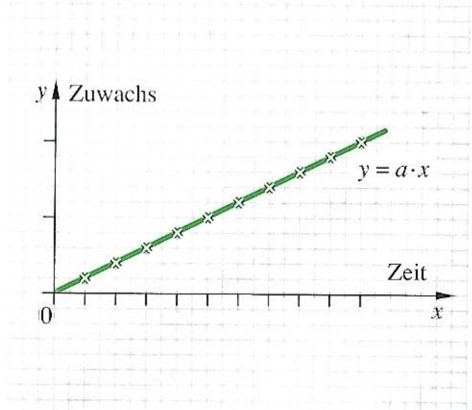
angens $\quad \tan \alpha = \frac{\textbf{Gegenkathete}}{} = \frac{a}{}$



Wachstumsprozesse

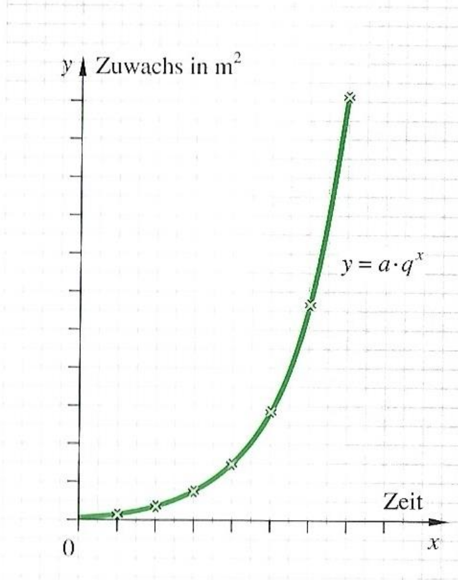
Lineares Wachstum heißt:
In gleichen Zeitspannen nehmen die Werte um den gleichen Summanden zu. Man erhält als Schaubild eine **Gerade**.

$$f(x) = a \cdot x$$



Exponentielles Wachstum heißt:
In gleichen Zeitspannen werden die Werte mit dem gleichen Faktor q multipliziert. Der Faktor q heißt **Wachstumsfaktor**.

$$f(x) = a \cdot q^x$$



Kapitalwachstum

Allgemein berechnet man das Kapital nach n Jahren mit Zinseszins so:

$K_n = K_0 \cdot (1 + p)^n$	K_0 Anfangskapital	p Zinssatz (als Dezimalbruch)
	K_n Endkapital	n Zeit in Jahren

Faustregel Verdoppelungszeit eines Kapitals

$n \approx \frac{70}{100p}$	p Zinssatz (als Dezimalbruch)
	n Zahl der Jahre

Maßeinheiten

Zeitmaße

1 Jahr = 365 Tage (Schaltjahr: 366 Tage; Zinsjahr: 360 Tage)
1 Tag = 24 h
1 h = 60 min
1 min = 60 **s**

Gewichtsmaße

1 Mt = 1000 kt (Mt = Megatonne, kt = Kilotonne)
1 kt = 1000 t
1 t = 1000 **kg**
1 **kg** = 1000 g
1 g = 1000 mg

Längenmaße

1 km = 1000 **m**
1 **m** = 10 dm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm

Flächenmaße

1 km^2 = 100 ha
1 ha = 100 a
1 a = 100 $\mathbf{m^2}$
1 $\mathbf{m^2}$ = 100 dm^2
1 dm^2 = 100 cm^2
1 cm^2 = 100 mm^2

Raummaße

1 $\mathbf{m^3}$ = 1000 dm^3
1 dm^3 = 1000 cm^3
1 cm^3 = 1000 mm^3

Hohlmaße

1 hl (Hektoliter) = 100 **l**
1 **l** = 1000 ml (Milliliter) 1 l = 1 dm^3
1 ml = 1 cm^3

Bezeichnungen bei Maßeinheiten

Bezeichnung	Zeichen	Bedeutung
Tera	T	10^{12}fach
Giga	G	10^{9}fach
Mega	M	10^{6}fach
Kilo	k	10^{3}fach
Hekto	h	10^{2}fach
Deka	da	10fach

Bezeichnung	Zeichen	Bedeutung
Zenti	c	10^{-2}fach
Milli	m	10^{-3}fach
Mikro	µ	10^{-6}fach
Nano	n	10^{-9}fach
Piko	p	10^{-12}fach
Femto	f	10^{-15}fach